

L'ATOMO MATEMATICO

Riassunto

L'evoluzione dei modelli legati alla teoria corpuscolare della materia si presta in modo particolare all'evidenziazione di *filoni di continuità* nel "percorso storico" del pensiero scientifico e, allo stesso tempo, all'evidenziazione di aspetti fondamentali del metodo scientifico. Il presente lavoro è dedicato al filone che propone una descrizione del "mondo microscopico" in termini matematici: un filone ideale le cui radici più antiche appartengono al modello di Platone, mentre la tappa intermedia più significativa è costituita dal modello di Boscovich e il punto di approdo è nella teoria moderna. A un rapido excursus storico su queste tappe si associa qui una serie di riflessioni sugli aspetti metodologici che può essere più significativo presentare ai ragazzi.

Abstract

The evolution of the models related to the corpuscular theories of matter is particularly apt to highlight *continuity streams* in the historical development of scientific thought and, simultaneously, to highlight some fundamental aspects of the scientific method. The current work is concerned with the *stream* proposing a mathematical description of the "microscopic world": an *ideal stream* whose most ancient roots can be traced to Plato's model, while the most significant intermediate step is offered by Boscovich' model and the final outcome is part of the modern model. A quick outline of these historical stages is here accompanied by a set of reflections on the most significant methodological aspects that can be conveniently presented to pupils.

Introduzione

La storia della chimica (come, del resto, quella delle altre scienze) presen-

LILIANA MAMMINO^(*)

ta interessanti *filoni di continuità*, la cui identificazione equivale all'identificazione delle radici antiche dei nostri modelli e dell'evoluzione successiva di queste radici. La loro presentazione agli studenti è atta a favorire la trasmissione di una visione più ampia e completa sia della scienza e del suo metodo di indagine e conoscenza, sia della storia come patrimonio globale, che abbraccia tutti i campi dell'attività umana (quest'ultimo aspetto diviene particolarmente significativo in una prospettiva che dia spazio all'interdisciplinarietà come approccio per superare i confini, tanto più arbitrari quanto più rigidi, fra un campo di studio e l'altro).

Particolarmente convincenti possono rivelarsi quei filoni che evidenziano aspetti basilari del metodo scientifico, e il cui *punto di approdo* fa parte, in qualche modo, dei nostri modelli attuali [1]. Molti aspetti della storia della descrizione del *mondo microscopico* (il mondo delle particelle che costituiscono la materia) rientrano in questa categoria e offrono una chiarezza illustrativa che può ben considerarsi ottimale. La loro presentazione trova una collocazione appropriata all'interno dei corsi di chimica, sia perché l'elaborazione dei modelli che si sono susseguiti si legava fondamentalmente all'esigenza di interpretare i fenomeni di trasformazione delle sostanze (quelli, cioè, che oggi classifichiamo come *fenomeni chimici*), sia per il ruolo centrale che il modello dell'atomo ha nella chimica moderna. Il nostro modello di atomo è un prodotto elegante, tecnicamente e filosoficamente raffinato, della fisica matematica: le soluzioni di un'equazione matematica (l'equazione di Schroedinger) forniscono la descrizione completa del "sistema atomo". Dal punto di vista dell'evoluzione

storica, questo modello può essere interpretato come il punto di approdo del grande filone che ipotizzava le particelle del mondo microscopico come corpuscoli di materia, dotati di massa e di forma, nel quale è a un certo punto confluito, fornendogli strumenti nuovi, il filone che le vedeva come entità matematiche.

Entrambi i filoni si prestano a illustrare caratteri fondamentali del metodo scientifico. Molti aspetti del primo filone sono particolarmente adatti a una illustrazione convincente dell'interazione fra l'osservazione diretta (e/o l'informazione sperimentale) e la riflessione concettuale; uno degli esempi più significativi si associa al ruolo svolto dal concetto di *forma* delle particelle [1].

Nel metodo scientifico che nasce con Galileo, la modellizzazione matematica viene a integrarsi alla riflessione concettuale, fornendole allo stesso tempo linee guida, strumenti e criteri di indagine. L'evidenziazione e l'illustrazione del significato e del ruolo di tale modellizzazione vengono di conseguenza a far parte degli obiettivi didattici dell'educazione scientifica, e la presentazione del *filone matematico* nell'evoluzione storica di una data descrizione può apportare un contributo di rilievo al perseguimento di tale obiettivo. Per quanto riguarda la storia della descrizione del mondo microscopico, l'idea di ricorrere alla matematica per crearne un modello ha radici lontane: le più antiche risalgono a Platone, la tappa intermedia più di rilievo è costituita dal modello di Boscovich. La presentazione, sia pure a grandi linee, di questi due modelli, dei loro aspetti principali e del ruolo che hanno svolto, può essere sufficiente a delineare il filone che potremmo giustamente chiamare dell'*atomo matematico*, fino a farlo confluire nel modello moderno.

Il modello di Platone

Platone respinge la teoria di Democrito, e quindi l'idea di particelle di materia indivisibili. Ciò, però, non gli impedisce di proporre un suo mo-

dello di quello che oggi chiameremmo il *mondo microscopico*: e si tratta di un modello costruito in termini puramente matematici.

Nell'antica Grecia, la parte più evoluta della matematica era la geometria, e Platone utilizza due figure geometriche come fondamento del mondo microscopico: il triangolo rettangolo isoscele e il triangolo rettangolo che è metà di un triangolo equilatero; il primo è il costituente del cubo, l'unità geometrica dell'elemento terra, il secondo è il costituente del tetraedro, dell'ottaedro e dell'icosaedro, rispettivamente unità geometriche degli elementi fuoco, aria e acqua [2]. Dal loro gioco nascono le sostanze, o si trasformano l'una nell'altra dando origine ai processi che possiamo constatare nel mondo intorno a noi.

Una rilettura in chiave *chimica* del Timeo è ovviamente impraticabile nell'ambito di un corso scolastico; ma l'informazione sull'esistenza del modello, e sui suoi aspetti più di rilievo, è importante per evidenziare l'inizio del *filone matematico* nella descrizione del mondo microscopico. Un aspetto particolarmente interessante dal punto di vista *chimico* è quello che potremmo correttamente chiamare il *bilanciamento dei triangoli* nelle equazioni con cui si potrebbero rappresentare le ipotizzate trasformazioni di un elemento in un altro [3]. Questo aspetto si presta bene a sottolineare uno dei ruoli della matematica nelle scienze, quello di suggerire linee-guida alla riflessione, fino a derivare conclusioni che trovano riscontro nella realtà fisica. In effetti, la *conservazione del numero di triangoli elementari* è l'analogo matematico-formale della *conservazione del numero di atomi*, che fa parte di tutti i modelli atomistici di tipo *fisico* fin dal loro primo apparire, con Leucippo e Democrito.

Il modello di Boscovich

Il *filone matematico* per la descrizione del mondo microscopico riaffiora nel XVIII secolo e trova sostenitori fra vari studiosi. Lo stesso Kant nella sua *Monadologia Physica* (1756) auspica un modello matematico della materia che contempra forze fra punti disposti nello spazio secondo situazioni di equilibrio. Il modello più significativo, e più formalmente coerente e completo, è quello proposto da Boscovich nel 1758, in un'opera il cui titolo propone un obiettivo che la fi-

sica moderna sta ancora cercando di raggiungere: *Philosophiae Naturalis Theoria Redacta ad Unicam Legem Virium in Natura Existentibus*, cioè "Teoria della filosofia naturale ricondotta a un'unica legge delle forze esistenti in natura". Può essere interessante presentarne gli aspetti fondamentali, a prescindere, ovviamente, dai dettagli del discorso matematico, che, anche semplicemente nella loro rappresentazione grafica, risulterebbero piuttosto complessi per i ragazzi e farebbero comunque parte di un approfondimento che andrebbe oltre lo scopo di un excursus storico su un dato filone. L'informazione più significativa ai fini didattici associati alla presentazione del filone è proprio quella della comparsa di un modello matematico coerente del mondo microscopico già nel 1758. A seconda del livello di approfondimento possibile nella data classe/scuola, si possono poi fornire alcune informazioni di base sulle ipotesi fondamentali del modello stesso, scegliendole fra quelle che meglio si integrano con l'impostazione scelta per la trattazione dei modelli moderni sulla struttura dell'atomo e sulla formazione delle molecole. Siccome il modello non è molto conosciuto (eccetto che fra chi si occupa specificamente di storia della chimica), se ne richiama-

no qui i punti fondamentali.

Secondo Boscovich, la materia è costituita da *punti fisici* analoghi ai punti matematici, tutti uguali fra loro e privi di caratteristiche quali la massa, l'estensione e la forma. Questi punti sono in moto continuo, per cui la loro disposizione reciproca cambia continuamente. Le varie disposizioni spaziali dei punti danno origine al mondo e alle cose che ne fanno parte. Lo spazio è definito dalle relazioni fra le posizioni dei punti e il tempo si origina dal continuo mutare di queste disposizioni.

I punti interagiscono l'uno con l'altro. L'analisi delle interazioni fra i punti costituisce un aspetto estremamente significativo del modello. Boscovich le studia a partire dal caso più semplice (interazione fra due punti) e passando successivamente a quelli più complicati (interazioni fra tre, quattro, etc. punti). Il grafico da lui proposto per le interazioni fra due punti al variare della loro distanza reciproca (fig. 1) contiene, nella regione corrispondente a distanze relativamente brevi e brevi, due aspetti familiari ai chimici di oggi dalla curva di potenziale delle molecole biatomiche: la presenza di un minimo nella curva, corrispondente a un massimo della forza di attrazione fra i due punti, e l'aumento rapidissimo della repulsione per distan-

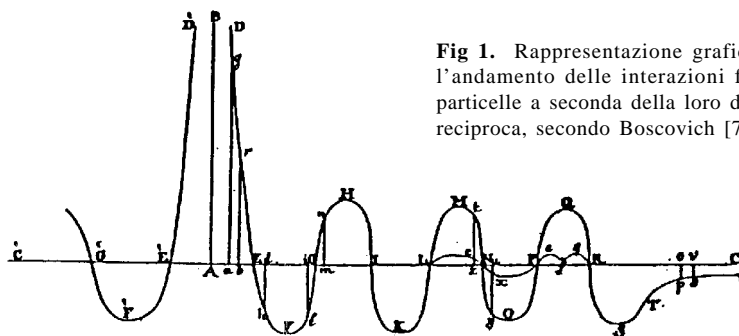


Fig 1. Rappresentazione grafica dell'andamento delle interazioni fra due particelle a seconda della loro distanza reciproca, secondo Boscovich [7]

Può essere interessante rileggere la formulazione con cui Boscovich spiega la prima parte dell'andamento, quella che si avvicina alla curva di potenziale delle molecole biatomiche. La parte qui citata spiega che la repulsione, quando le distanze divengono estremamente piccole, aumenta così enormemente da non poter essere superata da altri fattori, ad esempio, dalla velocità con cui le due particelle dovrebbero scontrarsi. Questa repulsione impedisce ai due punti/particelle di trovarsi l'uno nella posizione dell'altro e quindi alla materia di collassare. Per distanze un po' maggiori, la repulsione si attenua fino ad annullarsi e ad essere poi sostituita da un'interazione di attrazione che raggiunge un valore assoluto massimo (un minimo nella curva) e poi prende a diminuire. "Ora la legge delle forze è di questo tipo; le forze sono repulsive a distanze piccolissime e diventano indefinitamente sempre più grandi man mano che le distanze si riducono indefinitamente in modo tale di essere capaci di annullare qualunque velocità, non importa quanto grande, con la quale un punto può avvicinarsi a un altro prima che la distanza fra loro svanisca. Quando invece la distanza tra loro viene aumentata, la forza si cambia in attrattiva: questa dapprima cresce, quindi diminuisce, svanisce,..." Nel modello di Boscovich (e, quindi, nel resto del grafico), intervalli in cui prevale la forza attrattiva si alternano a intervalli in cui prevale la forza repulsiva (nel nostro modello, questo non succede: ma fra il modello di Boscovich e il nostro si interpongono la scoperta della natura elettrica delle particelle che costituiscono la materia, la costruzione di un modello di atomo che tiene conto di questa natura e la messa a punto di procedimenti di calcolo che permettono di valutare l'entità dell'interazione per ogni valore della distanza di separazione fra i due nuclei).

ze molto brevi, il che, nel modello di Boscovich, impedisce al secondo punto di venirsi a trovare nel posto occupato dal primo, e alla materia di crollare. Si può far notare che, quando Boscovich formulò queste ipotesi, ancora non si conosceva la natura elettrica delle particelle che costituiscono la materia (nella moderna curva di potenziale di una molecola biatomica, il rapido aumento della repulsione corrisponde al prevalere della repulsione elettrostatica fra i nuclei dei due atomi, per distanze molto brevi). Questa osservazione, a sua volta, può offrire spunto alla riflessione sugli aspetti di generalità delle descrizioni associate a modelli matematici e sul ruolo guida della matematica nell'indagine finalizzata alla creazione di modelli.

Verso il modello moderno

La fine del XVIII secolo vede una crisi del modello atomistico in generale, legata alla difficoltà di dare un fondamento sperimentale o, come minimo, dimostrabile, alle ipotesi sulla *forma* delle particelle¹ delle varie sostanze. La forma delle particelle (spesso indicata col termine "figura" per sottolineare il significato fisico del termine ed evitare confusioni col concetto scolastico di "forma") era ritenuta la principale responsabile del comportamento delle sostanze, ma le ipotesi su di essa si basavano su una estrapolazione al livello microscopico delle interpretazioni meccanicistiche che sembravano plausibili in base al comportamento macroscopico delle sostanze stesse. Un esempio molto chiaro di tale approccio è fornito dal modello² di acidi e basi proposto da Hartsoeker (1706): gli acidi, essendo

pungenti e corrosivi, sono costituiti da particelle sottilissime e appuntite come aghi, le basi da microscopici cilindri percorsi da una cavità longitudinale lungo l'asse, e la neutralizzazione avviene quando le particelle aghiformi di acido trovano alloggio nelle cavità delle particelle di base [4]. Quando, con l'estensione del metodo scientifico di matrice galileiana, la validità di estrapolazioni e ipotesi di questo tipo diviene dubbia, vengono di fatto a mancare i criteri per l'interpretazione microscopica dei fenomeni osservati a livello macroscopico, e ciò finisce col rendere incerto l'intero modello corpuscolare. Alcuni studiosi, però, (ad esempio, Buffon) esprimono la speranza che una matematica più avanzata potrà, un domani, fornire nuovi fondamenti, scientificamente validi, e permettere di conoscere la forma delle particelle e di poter così capire le ragioni e i meccanismi del comportamento chimico della materia[1]. E' probabile che proprio l'esistenza di modelli matematici del mondo microscopico, come quello di Boscovich, abbia suggerito l'idea che la matematica potesse fornire una chiave per la soluzione del problema.

Gli esempi successivi divengono significativi negli ultimi decenni del XIX secolo, e si associano al graduale incorporamento della modellizzazione matematica nella descrizione del mondo microscopico. Il raffinamento delle tecniche sperimentali rendeva sempre più possibile la messa a punto di esperimenti che fornivano informazioni sul mondo degli atomi: queste informazioni venivano organizzate in un discorso matematico che, a sua volta, doveva essere riconfermato

dagli esperimenti. Questa è la parte della storia della teoria atomica che viene abitualmente presentata nei testi di chimica, e si presta egregiamente a illustrare il ruolo della modellistica matematica, la sua funzione nell'ambito della più generale riflessione concettuale, e l'interazione e interdipendenza della riflessione e della modellistica con le informazioni sperimentali. Un esempio significativo del ruolo determinante dell'informazione sperimentale è fornito dalla vicenda del modello atomico di Thomson (1904), che prevedeva una struttura omogenea per l'atomo: una sfera in cui massa e carica positiva sono distribuite in modo omogeneo per tutto il suo volume e gli elettroni sono inseriti in essa come cariche negative puntiformi con una distribuzione spaziale uniforme. Il modello era coerente e corretto dal punto di vista matematico, ma dovette essere scartato a seguito dell'evidenza fornita da un esperimento (l'esperienza di Rutherford, 1911). Un esempio significativo della funzione della modellistica matematica è fornito dalla moderna teoria dell'atomo: le soluzioni di un'equazione costruita in base all'analisi dei contributi all'energia totale dell'atomo (l'equazione di Schroedinger) fornisce una descrizione completa dell'atomo stesso: quella descrizione in termini di orbitali, livelli energetici, e configurazioni elettroniche che ci permette un'interpretazione soddisfacente della formazione delle molecole e, in definitiva, del comportamento delle sostanze. Anche se, a livello di scuola secondaria, non è possibile presentare la trattazione matematica di atomi e molecole, è possibile trasmettere l'informazione che la descrizione che ne diamo deriva da modelli matematici al punto che possiamo dire che, per quanto riguarda il mondo microscopico, "la matematica crea i modelli degli oggetti" [5].

Discussione e conclusioni

La discussione precedente ha evidenziato come la presentazione del filone dell'*atomo matematico* e della sua immissione nel grande filone della descrizione del mondo microscopico possa anche divenire parte integrante di un discorso generale, diretto o indiretto, sull'interazione fra il livello sperimentale e quello della riflessione concettuale, e sul ruolo, in quest'ultimo, della modellizzazione mate-

1. Ancora la distinzione fra "atomo" e "molecola" non era sempre chiara e, nell'ambito di modelli corpuscolari della materia, le "particelle" di una sostanza potevano corrispondere a ciò che noi chiamiamo "atomi" o a ciò che noi chiamiamo "molecole", a seconda dei casi.

2. Il termine "modello" può sembrare eccessivo in riferimento a ipotesi come quella di Hartsoeker. Conviene, però, considerarle in una prospettiva storica di ampio respiro. Erano, quelli, modelli fatti con gli strumenti e le conoscenze di quei tempi, e all'interno di un'interpretazione puramente meccanicistica estrapolata oltre l'estrapolabile, ma erano pur sempre modelli: gli unici possibili nel dato momento storico. Una rilettura delle giustificazioni proposte (a quei tempi) da coloro che avanzavano ipotesi di questo tipo evidenzia una riflessione approfondita, pur secondo le linee che le conoscenze e i modelli generali di allora (ad esempio, quello di Cartesio) potevano permettere. Questa parte degli albori della storia della chimica è a volte trascurata, o affrettatamente relegata nell'ambito dell'immaginazione, forse sull'onda di tendenze storiche dominanti in alcuni altri paesi. In effetti, meriterebbe un'attenzione più approfondita, che vada oltre l'ovvia ingenuità di certe immagini e ne cerchi le radici. Si può inoltre ricordare che l'idea fondamentale, quella cioè che sia la "forma" delle particelle a determinare il loro comportamento, ha una validità che (*mutatis mutandis*) trova un riscontro autorevole nella moderna modellistica molecolare, dove il termine "forma" è sostituito da "geometria", e le informazioni e rappresentazioni di quest'ultima vengono generate dalla matematica.

matica, il tutto nell'ambito complessivo del metodo scientifico. Agli aspetti metodologici specifici già considerati negli altri paragrafi si possono aggiungere alcuni riflessioni di natura più generale, ma sempre concernenti la didattica delle scienze e della chimica in particolare.

E' noto che gli studenti non hanno molta familiarità con il ruolo della matematica nelle scienze fisiche (strumento di descrizione [6], ma anche guida nello sviluppo logico del pensiero, fino a conclusioni comunque rigorose). Evidenziare la presenza e gli effetti di tale ruolo nella storia, e la loro importanza nella scienza moderna, può contribuire ad accrescere questa familiarità o, come minimo, a trasmettere una percezione più completa del suo significato. Come si è detto all'inizio, particolarmente convenienti allo scopo di evidenziare aspetti metodologici si rivelano quei filoni storici che confluiscono in qualche modo nei modelli moderni, perché allora la continuità viene ad assumere tutto il rilievo che si associa al non essere qualcosa che si è com-

piuto e concluso prima della nostra epoca. Il filone dell'*atomo matematico* risponde appieno a queste caratteristiche.

In una prospettiva di interdisciplinarietà, il discorso storico può in generale fornire una chiave di lettura particolarmente atta ad associare discipline diverse. Un filone come quello dell'*atomo matematico* fornisce un ambito in cui possono facilmente confluire la chimica, la fisica, la matematica e la filosofia (il tema del metodo scientifico fa comunque parte della filosofia e le teorie di Platone sono tradizionalmente presentate in filosofia). La chimica, come scienza a cui più specificamente appartiene il problema della struttura dell'atomo, soprattutto in relazione al comportamento delle sostanze, si può opportunamente porre in questo contesto come "area centrale" del discorso interdisciplinare.

In conclusione si può dire che quello che qui è stato chiamato il *filone dell'atomo matematico* può prestarsi a diversi livelli e diversa ampiezza di presentazione: una semplice trasmissio-

ne delle informazioni storiche, come parte della storia della chimica; un'occasione per discutere e/o approfondire aspetti fondamentali del metodo scientifico; un'occasione per l'esplorazione di "aree di intersezione" con altre materie, in una prospettiva più generale di discorso interdisciplinare.

Riferimenti bibliografici

- [1] Mammino L., "La forma delle particelle nella storia della chimica", *Didattica delle Scienze*, 192, 57-58, 1997
- [2] Platone, *Timeo*.
- [3] Mammino L., "Il bilanciamento delle equazioni chimiche: un concetto che viene da lontano". Comparirà su *Nuova Secondaria*.
- [4] Partington J. B., *A History of Chemistry*, MacMillan, Londra, 1961 64, vol. II
- [5] Mammino L., *Chimica Viva*, G. D'Anna, Firenze, 1994, pg 123.
- [6] Mammino L., La matematica come strumento di descrizione, *Nuova Secondaria* 10, 94-96, 1997.
- [7] Paoli G., *Ruggiero Giuseppe Boscovich nella scienza e nella storia del 700*. Accademia dei XL, Roma 1988, pg 464.